Grafico comparativo

BASE	COMPONENTI ATTIVI	COMPONENTE PASSIVO
Natura della fonte	I componenti attivi forniscono energia o energia al circuito.	Gli elementi passivi utilizzano energia o energia nel circuito.
Esempi	Diodi, transistor, SCR, circuiti integrati ecc.	Resistenza, condensatore, induttore ecc.
Funzione del componente	Dispositivi che producono energia sotto forma di tensione o corrente.	Dispositivi che immagazzinano energia sotto forma di tensione o corrente.
Guadagno di potenza	Sono in grado di fornire guadagno di energia.	Non sono in grado di fornire guadagno di energia.
Flusso di corrente	I componenti attivi possono controllare il flusso di corrente.	I componenti passivi non possono controllare il flusso della corrente.
Requisito di fonte esterna	Richiedono una fonte esterna per le operazioni.	Non richiedono alcuna fonte esterna per le operazioni.
Natura dell'energia	I componenti attivi sono donatori di energia.	I componenti passivi sono accettori di energia.

In questo articolo la differenza tra componenti attivi e passivi è spiegata considerando diversi punti. **Componenti attivi** sono gli elementi o i dispositivi che sono in grado di fornire o erogare energia al circuito. **Componenti passivi** sono i dispositivi che non richiedono alcuna fonte esterna per il funzionamento e sono in grado di immagazzinare energia sotto forma di tensione o corrente nel circuito.

L'opposizione che un circuito offre alla corrente alternata si chiama *impedenza* (Z); il reciproco è l'*ammettenza* (Y), la misura cioè di quanto bene il circuito « ammette » la corrente. Z, come R, si misura in Ω; Y, come G, si misura in S.

L'impedenza di un circuito si può trovare modificando la legge di Ohm così da avere:

$$z = \frac{v}{i} \tag{1-15}$$

Il modulo dell'impedenza Z si può trovare con una delle seguenti formule:

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{V_o}{I_o} = \frac{V_m}{I_m} = \frac{V_{p\text{-}p}}{I_{p\text{-}p}} \tag{1-15a}$$

Mentre le resistenze offrono pari opposizione sia a corrente continua che a corrente alternata, quella che le componenti induttive e capacitive offrono alla corrente alternata dipende dalla frequenza, e si chiama *reattanza* (X). Il reciproco della reattanza è la *suscettanza* (B).

Z=R+jX Impedenza = resistenza +reattanza

Y=G+jB Ammettenza=conduttanza+suscettanza dove la reattanza X può essere positiva nel caso di una induttanza **X_L= wL ->** **$\overline{X}_L$= jX_L= jwL**

oppure negativa nel caso di un condensatore **Xc= 1/wC -> $\overline{X}$c= 1/jwC = -j/wC i**
(ricordando che moltiplicando numeratore e denominatore per j → j^2 =-1)

Ricordiamo le varie forme di rappresentazione di un segnale sinusoidale

- **in forma trigonometrica**
- **con un vettore esprimibile in forma complessa**

Sinusoide:

$$a(t) = A_P \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$$

ricordare:

A_P **ampiezza sinusoide**

ω **pulsazione** (velocità angolare del punto che descrive la sinusoide)

φ **fase** (indica la posizione iniziale del punto)

T **periodo** (tempo di durata della singola ripetizione)

f **frequenza** (numero di periodi *T* nell'unità di tempo)

forma cartesiana: $a + jb$

ricordare che

ampiezza sinusoide: $A = \sqrt{a^2 + b^2}$

fase sinusoide: $\varphi = \operatorname{arctg}\dfrac{b}{a}$

forma polare: $A\underline{/\varphi}$

nelle addizioni e nelle sottrazioni conviene la forma cartesiana

nelle moltiplicazioni e nelle divisioni conviene la forma polare

forma cartesiana

$$(a + jb) + (c + jd) = (a + c) + j(b + d)$$

$$(a + jb) - (c + jd) = (a - c) + j(b - d)$$

$$(a + jb)(c + jd) = ac + jad + jbc - bd = (ac - bd) + j(ad + bc)$$

$$\frac{(a + jb)}{(c + jd)} = \frac{(a + jb)(c - jd)}{(c + jd)(c - jd)} = \frac{ac - jad + jbc + bd}{c^2 - jcd + jcd + d^2} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + j\frac{bc - ad}{c^2 + d^2}$$

forma polare

$$A_1\underline{/\alpha} \cdot A_2\underline{/\beta} = A_1 A_2\underline{/(\alpha + \beta)}$$

$$\frac{A_1\underline{/\alpha}}{A_2\underline{/\beta}} = \frac{A_1}{A_2}\underline{/(\alpha - \beta)}$$

Abbiamo visto che applicando la legge di Ohm

In un resistore:

$$\boxed{\bar{I} = \frac{\bar{V}}{R}}$$

La **figura 8** sintetizza graficamente quanto appena esposto.

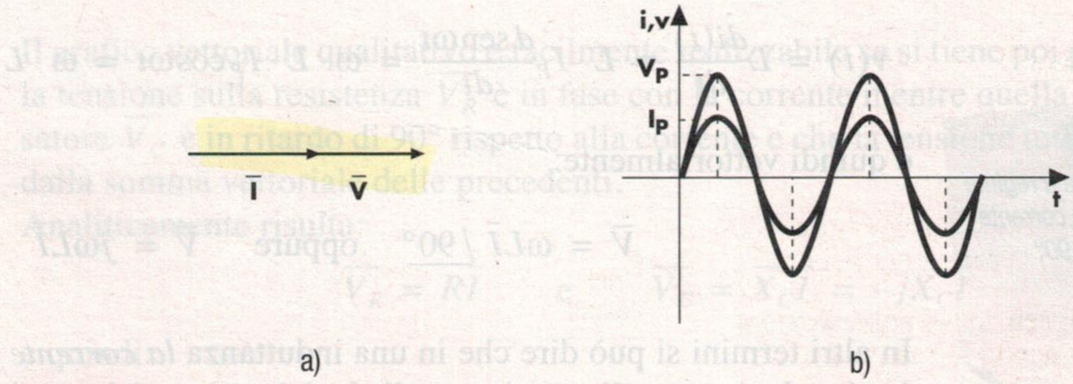


Figura 8 In una resistenza la tensione e la corrente sono in fase.

In un induttore

$$\bar{X}_L = jX_L = j\omega L$$

e quindi vettorialmente:

$$\bar{V} = \omega L\bar{I} \,\underline{/90°} \quad \text{oppure} \quad \bar{V} = j\omega L\bar{I}$$

21

In altri termini si può dire che in una induttanza *la corrente risulta sfasata di 90° in ritardo* rispetto alla tensione o, il che è lo stesso, è la tensione a essere sfasata in anticipo rispetto alla corrente (**fig. 10**).

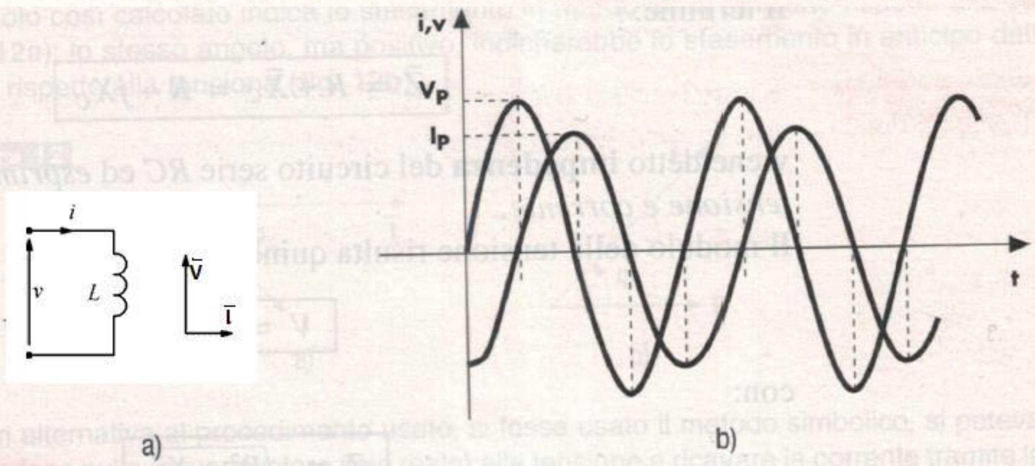


Figura 10 In una induttanza la corrente è in ritardo di 90° rispetto alla tensione.

In un Condensatore

$$\overline{X_C} = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C} = -jX_C$$

$$\boxed{\overline{V} = \overline{X_C}\,\overline{I}}$$

In altri termini si può dire che a regime sinusoidale la corrente che attraversa un condensatore *risulta sfasata di 90° in anticipo* rispetto alla tensione (**fig. 9**).

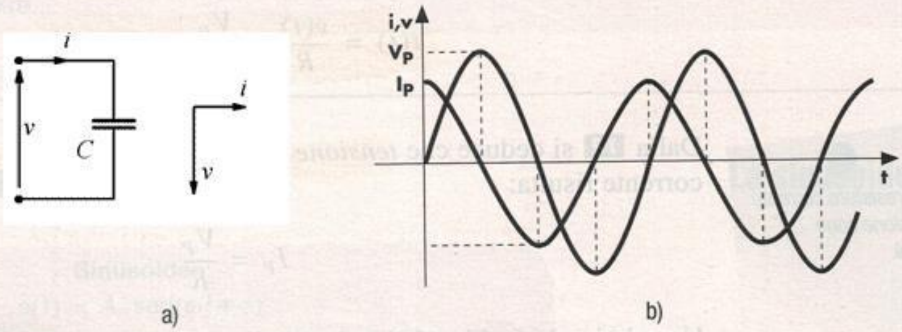


Figura 9
In un condensatore la corrente è in anticipo di 90° rispetto alla tensione.

Circuiti *RC* serie

Poiché in un circuito serie la grandezza comune è la corrente, per il disegno del grafico vettoriale conviene porre sull'asse di riferimento la corrente (**fig. 11**).

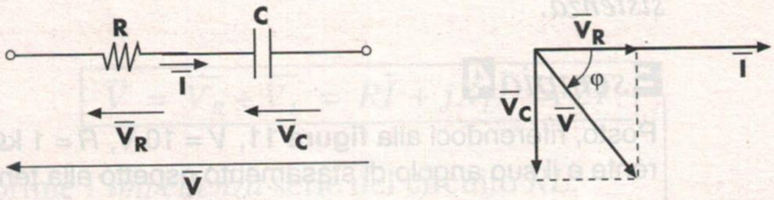


Figura 11
Circuito *RC* serie.

Il grafico vettoriale qualitativo è facilmente realizzabile se si tiene poi presente che la tensione sulla resistenza $\overline{V_R}$ è in fase con la corrente mentre quella sul condensatore $\overline{V_C}$ è in ritardo di 90° rispetto alla corrente e che la tensione totale $\overline{V}$ risulta dalla somma vettoriale delle precedenti.
Analiticamente risulta:

$$\overline{V_R} = R\overline{I} \qquad \text{e} \qquad \overline{V_C} = \overline{X_C}\,\overline{I} = -jX_C\overline{I} \tag{24}$$

e quindi:

$$\boxed{\overline{V} = \overline{V_R} + \overline{V_C} = (R - jX_C)\overline{I} = \overline{Z}\,\overline{I}} \tag{25}$$

Il termine:

$$\boxed{\bar{Z} = R + \bar{X}_C = R - jX_C}$$ 26

viene detto **impedenza** del circuito serie *RC* ed *esprime il rapporto complesso tra tensione e corrente*.
Il modulo della tensione risulta quindi:

$$\boxed{V = ZI}$$ 27

con:

$$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}}$$ 28

L'angolo di sfasamento risulta infine:

$$\boxed{\varphi = \text{arctg} \frac{-V_C}{V_R} = \text{arctg} \frac{-X_C}{R}}$$ 29

dove $-V_C$ e $-X_C$ rappresentano le componenti immaginarie (le reali sono nulle) dei corrispondenti vettori $\bar{V}_C$ e $\bar{X}_C$ e, analogamente, V_R e R rappresentano le parti reali (le immaginarie sono nulle) di $\bar{V}_R$ e $\bar{R}$.

Quanto appena esposto è generalizzabile dicendo che:

a regime sinusoidale il rapporto complesso tra la tensione e la corrente ai capi di un bipolo viene chiamato **impedenza**. Il suo modulo, essendo il rapporto tra una tensione e una corrente, si misura in ohm.

La definizione di impedenza permette di esprimere **la legge di Ohm** a regime sinusoidale:

$$\boxed{\bar{V} = \bar{Z}\bar{I}}$$ 30

Si può quindi *considerare la resistenza un caso particolare di impedenza priva di componente reattiva* e, in modo analogo, *la reattanza una impedenza priva di resistenza*.

Esempio 4

Posto, riferendoci alla **figura 11**, $V = 10$ V, $R = 1$ kΩ, $C = 100$ nF, $f = 1$ kHz, calcolare la corrente e il suo angolo di sfasamento rispetto alla tensione.

Si calcola il modulo dell'impedenza:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} \approx 1880\ \Omega \quad \text{con} \quad X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \approx 1592\ \Omega$$

Si calcola il modulo della corrente:

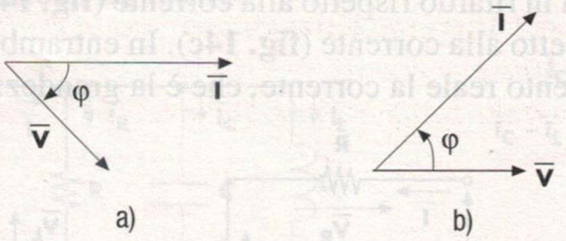
$$I = \frac{V}{Z} \approx 5{,}32 \text{ mA}$$

Risulta infine:

$$\varphi = \text{arctg}\left(-\frac{X_C}{R}\right) = -57{,}86°$$

L'angolo così calcolato indica lo sfasamento in ritardo della tensione rispetto alla corrente (**fig. 12a**); lo stesso angolo, ma positivo, indicherebbe lo sfasamento in anticipo della corrente rispetto alla tensione (**fig. 12b**).

Figura 12



Se, in alternativa al procedimento usato, si fosse usato il metodo simbolico, si poteva assegnare fase nulla (ovvero valore solo reale) alla tensione e ricavare la corrente tramite la legge di Ohm:

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} = \frac{10}{1000 - j1592} = \frac{10}{1880\angle -57{,}86°} \approx 5{,}32 \text{ mA} \angle 57{,}86°$$

In questo caso l'angolo di sfasamento risulta positivo perché, avendo assegnata fase nulla alla tensione, il grafico vettoriale è quello di **figura 12b**.

Circuiti *RL* serie

Si procede in modo analogo al caso precedente e quindi, fissata la corrente sull'asse reale, si ottiene il grafico di **figura 13**.

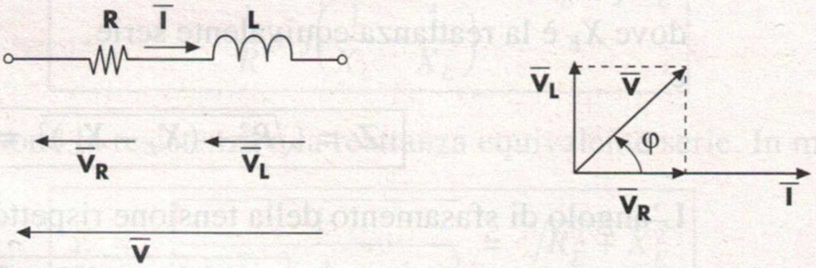


Figura 13
Il caso *RL* serie.

Analiticamente si ha:

$$\overline{V}_R = R\overline{I} \quad \text{e} \quad \overline{V}_L = jX_L\overline{I} \tag{31}$$

e quindi:

$$\boxed{\overline{V} = \overline{V}_R + \overline{V}_L = R\overline{I} + jX_L\overline{I} = \overline{Z}\overline{I}} \tag{32}$$

con $\bar{Z}$ che esprime l'*impedenza* serie del circuito *RL*:

$$\boxed{\bar{Z} = R + \bar{X}_L = R + jX_L} \tag{33}$$

Il modulo di questa impedenza risulta:

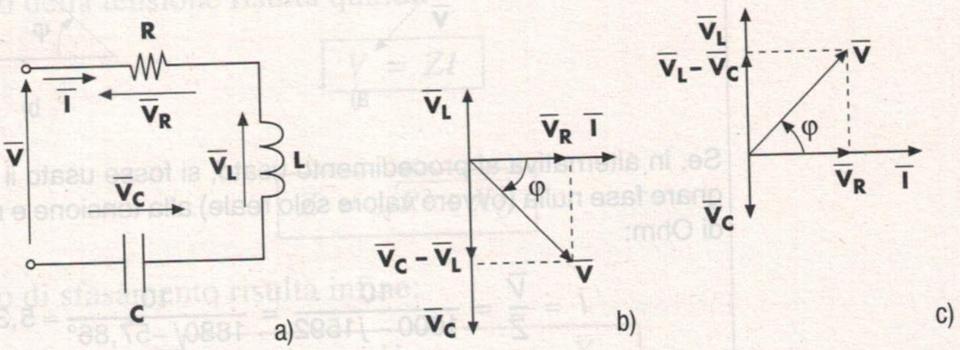
$$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}} \tag{34}$$

e l'angolo di sfasamento risulta:

$$\boxed{\varphi = \text{arctg}\frac{V_L}{V_R} = \text{arctg}\frac{X_L}{R}} \tag{35}$$

Circuiti *RLC* serie

In **figura 14** si sono considerate due possibilità: $X_C > X_L$ e quindi tensione complessiva in ritardo rispetto alla corrente (**fig. 14b**); $X_C < X_L$ e quindi tensione in anticipo rispetto alla corrente (**fig. 14c**). In entrambi i grafici vettoriali si è preso come riferimento reale la corrente, che è la grandezza comune.



Se risultasse $X_C = X_L$ il circuito si comporterebbe come fosse puramente resistivo e quindi tensione e corrente risulterebbero in fase: è il caso della cosiddetta **risonanza serie**. Analiticamente risulta:

$$\boxed{\bar{V} = \bar{Z}\bar{I} = R\bar{I} + jX_L\bar{I} - jX_C\bar{I}} \tag{36}$$

con:

$$\boxed{\bar{Z} = R + j(X_L - X_C) = R \pm jX_E} \tag{37}$$

dove X_E è la reattanza equivalente serie,

e:

$$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X_E^2}} \tag{38}$$

L'angolo di sfasamento della tensione rispetto alla corrente risulta infine:

$$\boxed{\varphi = \text{arctg}\,\frac{(X_L - X_C)}{R}} \tag{39}$$

In pratica lo sfasamento della tensione rispetto alla corrente si ottiene con l'arctg del rapporto tra la parte immaginaria (presa con il suo segno) e la parte reale dell'impedenza equivalente serie.

Esempio 5

Posti, per il circuito di **figura 14**, $I = 100$ mA, $R = 2{,}2$ kΩ, $L = 100$ mH, $C = 330$ nF e $f = 500$ Hz, calcolare la tensione ai capi del circuito serie e l'angolo di sfasamento della tensione rispetto alla corrente. Risulta:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \approx 2294\ \Omega$$

con:

$$X_L = \omega L = 2\pi f L \approx 314\ \Omega \quad \text{e} \quad X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \approx 965\ \Omega$$

e quindi:

$$V = ZI \approx 229{,}4\ \text{V}$$

L'angolo di sfasamento risulta infine:

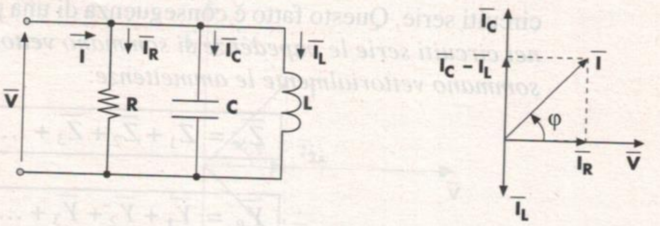
$$\varphi = \text{arctg}\,\frac{(X_L - X_C)}{R} \approx -16{,}48°$$

Il fatto che risulti negativo vuole dire che la tensione è in ritardo rispetto alla corrente.
In alternativa si poteva risalire ai medesimi risultati con il metodo simbolico; infatti, supposta la corrente I reale:

$$\overline{V} = \overline{Z}\,\overline{I} = 2294\angle{-16{,}48°} \cdot 0{,}1\angle{0°} = 229{,}4\angle{-16{,}48°}$$

5. Circuiti parallelo

Si consideri un circuito formato da una resistenza in parallelo a una capacità e a una induttanza come in **figura 15**.



In questo caso la grandezza comune è la tensione e quindi il grafico è stato tracciato ponendo la tensione sull'asse di riferimento (si noti che si è supposta la corrente capacitiva maggiore di quella induttiva, ma evidentemente si può verificare anche il caso contrario).
Analiticamente risulta:

$$\overline{I} = \overline{I}_R + \overline{I}_L + \overline{I}_C = \overline{V}\left[\frac{1}{R} + j\left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)\right] \quad \textbf{40}$$

l'impedenza risulta quindi:

$$\boxed{\overline{Z} = \frac{\overline{V}}{\overline{I}} = \frac{1}{\dfrac{1}{R} + j\left(\dfrac{1}{X_C} - \dfrac{1}{X_L}\right)} = R_E \pm jX_E} \quad \textbf{41}$$

dove R_E e X_E sono la resistenza e la reattanza equivalente serie. In modulo:

$$\boxed{Z = \frac{1}{\sqrt{\left(\dfrac{1}{R}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{X_C} - \dfrac{1}{X_L}\right)^2}} = \sqrt{R_E^2 + X_E^2}} \quad \textbf{42}$$

Lo sfasamento della corrente rispetto alla tensione risulta:

$$\boxed{\varphi = \text{arctg}\,\frac{\dfrac{1}{X_C} - \dfrac{1}{X_L}}{\dfrac{1}{R}} = \text{arctg}\left(\mp\frac{X_E}{R_E}\right)} \quad \textbf{43}$$

Si noti che l'inversione del segno deriva dal fatto che in questa relazione stiamo calcolando lo sfasamento della corrente rispetto alla tensione mentre nella **39** si calcola lo sfasamento della tensione rispetto alla corrente.
Nei circuiti di tipo parallelo risulta spesso comodo definire l'**ammettenza** come *rapporto complesso tra la corrente e la tensione* ai terminali del bipolo considerato:

$$\boxed{\overline{Y} = \frac{\overline{I}}{\overline{V}} = G \pm jB} \quad \textbf{44}$$

dove G è la **conduttanza** e B è la **suscettanza**:

$$\boxed{G = \frac{1}{R} \quad \text{e} \quad B = \frac{1}{X}} \quad \textbf{45}$$

Con queste notazioni dalla **41** si ottiene:

$$\overline{Y} = \frac{1}{\overline{Z}} = G + j(B_C - B_L) \quad \mathbf{46} \qquad Y = \sqrt{G^2 + (B_C - B_L)^2} \quad \mathbf{47} \qquad \varphi = \text{arctg}\,\frac{B_C - B_L}{G} \quad \mathbf{48}$$

Le **46**, **47** e **48** mantengono una struttura analoga a quelle corrispondenti dei circuiti serie. Questo fatto è conseguenza di una proprietà di carattere più generale: *nei circuiti serie le impedenze si sommano vettorialmente, nei circuiti parallelo si sommano vettorialmente le ammettenze*:

$$\boxed{\overline{Z}_S = \overline{Z}_1 + \overline{Z}_2 + \overline{Z}_3 + \ldots + \overline{Z}_n} \quad \mathbf{49}$$

$$\boxed{\overline{Y}_P = \overline{Y}_1 + \overline{Y}_2 + \overline{Y}_3 + \ldots + \overline{Y}_n} \quad \mathbf{50}$$

Questa proprietà era già stata vista nel caso particolare di circuiti puramente resistivi, dove in serie si sommano le resistenze e in parallelo si sommano le conduttanze.

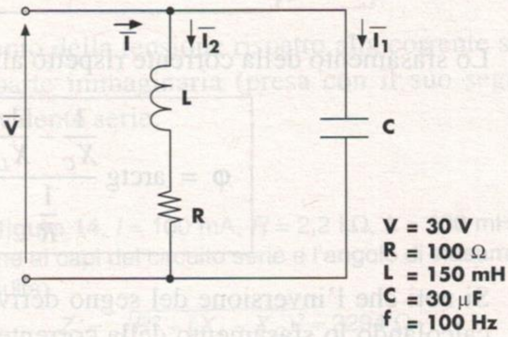
6. Circuiti serie-parallelo

La soluzione di circuiti serie-parallelo è conseguenza di quanto esposto nei due precedenti paragrafi.
Si tenga però presente che mentre per circuiti solo serie o solo parallelo la notazione complessa può risultare inutile o comunque evitabile, pur di tenere correttamente conto degli sfasamenti introdotti dalle componenti reattive, per i circuiti misti l'utilizzazione della notazione complessa agevola molto la procedura di calcolo.

Esempio 6

Calcolare la corrente che viene assorbita dal bipolo di **figura 16** e il suo angolo di sfasamento, rispetto a V.

Figura 16



Si calcolano le reattanze:

$$X_L = 2\pi f L = 2\pi \cdot 100 \cdot 150 \cdot 10^{-3} \approx 94{,}25\ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \cdot 100 \cdot 30 \cdot 10^{-6}} \approx 53{,}05\ \Omega$$

Fissato come riferimento vettoriale la tensione V nota, si ottiene:

$$\overline{I_1} = j\frac{\overline{V}}{X_C} \approx j\frac{30}{53{,}05} \approx j0{,}565 \qquad \overline{I_2} = \frac{\overline{V}}{\overline{Z_2}} = \frac{\overline{V}}{R + jX_L} \approx \frac{30}{100 + j94{,}25} \approx 0{,}159 - j0{,}150$$

e quindi:

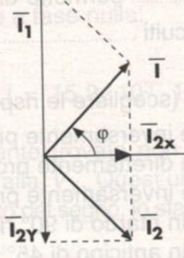
$$\overline{I} = \overline{I_1} + \overline{I_2} \approx 0{,}159 + j0{,}415 \quad \text{e in modulo} \quad I = \sqrt{0{,}159^2 + 0{,}415^2} \approx 0{,}444\ \text{A}$$

La fase, infine, risulta:

$$\text{arctg}\frac{0{,}415}{0{,}159} \approx 69{,}04°$$

La corrente risulta quindi in anticipo rispetto alla tensione (**fig. 17**).

Figura 17



Si noti che, dagli esempi sin qui considerati, si può concludere che, se è stato preso come riferimento vettoriale una tensione (una corrente), l'arcotangente (arctg) del rapporto tra la parte immaginaria (presa con il suo segno) e la parte reale della corrente (tensione) esprime lo stesso sfasamento della grandezza calcolata rispetto a quella di riferimento. Se invece lo sfasamento si calcola come arcotangente del rapporto tra la parte immaginaria e la parte reale dell'impedenza equivalente serie, lo sfasamento va inteso della tensione rispetto alla corrente (viceversa invertendo il segno).

Facciamo il punto

Vediamo in tab. 1-5 una lista delle caratteristiche e delle relazioni che caratterizzano impedenza, reattanza, ammettenza e suscettanza.

Tabella 1-5

Circuiti in serie (Vedi Fig. 1-10)	Circuiti in parallelo (Vedi Fig. 1-11)
$Z = \frac{1}{Y} = \frac{V}{I}$ *(1-15b)*	$Y = \frac{1}{Z} = \frac{I}{V}$ *(1-21)*
$X_L = \omega L = 2\pi f L$ *(1-16)*	$B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\omega L} = \frac{1}{2\pi f L}$ *(1-22)*
$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$ *(1-17)*	$B_C = \frac{1}{X_C} = \omega C = 2\pi f C$ *(1-23)*
$X_T = X_L - X_C$ *(1-18a)* $= \omega L - \frac{1}{\omega C} = \frac{\omega^2 LC - 1}{\omega C}$ *(1-18b)*	$B_T = B_C - B_L$ *(1-24a)* $= \omega C - \frac{1}{\omega L} = \frac{\omega^2 LC - 1}{\omega L}$ *(1-24b)*
$Z^2 = R^2 + X_T^2$ modulo. *(1-19)*	$Y^2 = G^2 + B_T^2$ *(1-25)*
$\phi = \arctan \frac{X_T}{R}$ *(1-20)*	$\phi' = \arctan \frac{B_T}{G}$ *(1-26)*
in cui X_L = reattanza induttiva X_C = reattanza capacitiva X_T = reattanza totale	B_L = suscettanza induttiva B_C = suscettanza capacitiva B_T = suscettanza totale

← Per onde sinusoidali →

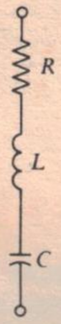


Fig. 1-10

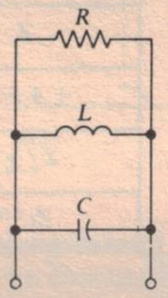


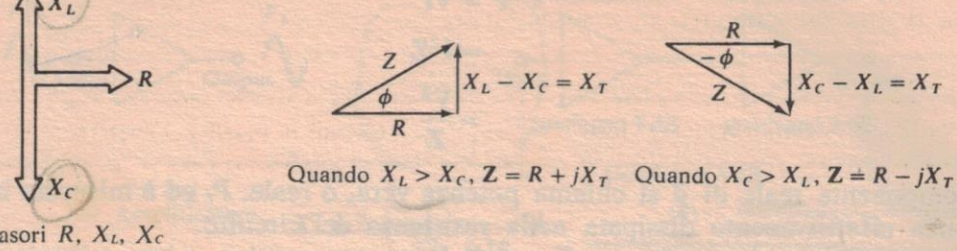
Fig. 1-11

Quando la frequenza è zero (corrente continua) una capacità si comporta come un circuito aperto, l'induttanza come un corto circuito.

Le capacità in pratica lasciano passare un po' di corrente e le induttanze hanno sempre associata una certa resistenza, ma nella maggior parte dei casi si possono trattare tutte come se fossero ideali. $V = j\omega L I_L$

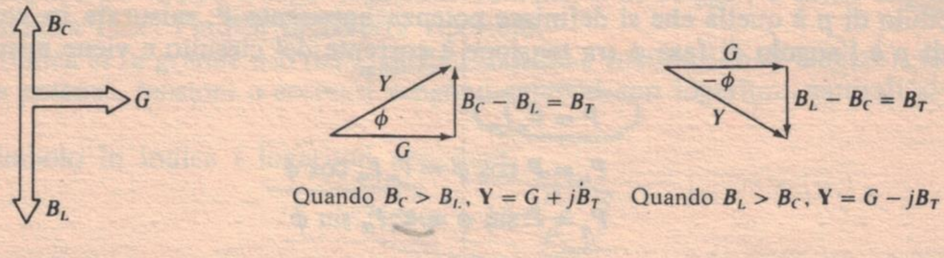
All'aumentare della frequenza, con l'induttanza aumenta gradualmente il *ritardo* della corrente rispetto alla tensione; con la capacità invece la corrente *anticipa* rispetto alla tensione.

In un circuito in ac la resistenza conserva la stessa fase tra la tensione e la corrente che l'attraversano. Questa si definisce una relazione *in fase*.



Fasori R, X_L, X_C

Fig. 1-12 Triangoli di impedenza



Fasori G, B_C, B_L

Fig. 1-13 Triangoli di ammettenza

Possiamo anche usare, come si vede in tab. 1-6, la notazione a variabili complesse per Z e Y.

Tabella 1-6

Rettangolare	Polare	Euleriana
$\mathbf{Z}_L = R + jX_L$	$Z_L\underline{/\phi}$	$Z_L\epsilon^{j\phi}$
$\mathbf{Z}_C = R - jX_C$	$Z_C\underline{/-\phi}$	$Z_C\epsilon^{-j\phi}$
$\mathbf{Z}_T = R + j(X_L - X_C) = R \pm jX$	$Z_T\underline{/\pm\theta}$	$Z_T\epsilon^{\pm j\theta}$
$\mathbf{Y}_C = G + jB_C$	$Y_C\underline{/\phi'}$	$Y_C\epsilon^{j\phi'}$
$\mathbf{Y}_L = G - jB_L$	$Y_L\underline{/-\phi'}$	$Y_L\epsilon^{-j\phi'}$
$\mathbf{Y}_T = G + j(B_C - B_L) = G \pm jB_T$	$Y_T\underline{/\pm\phi'}$	$Y_T\epsilon^{\pm j\phi'}$

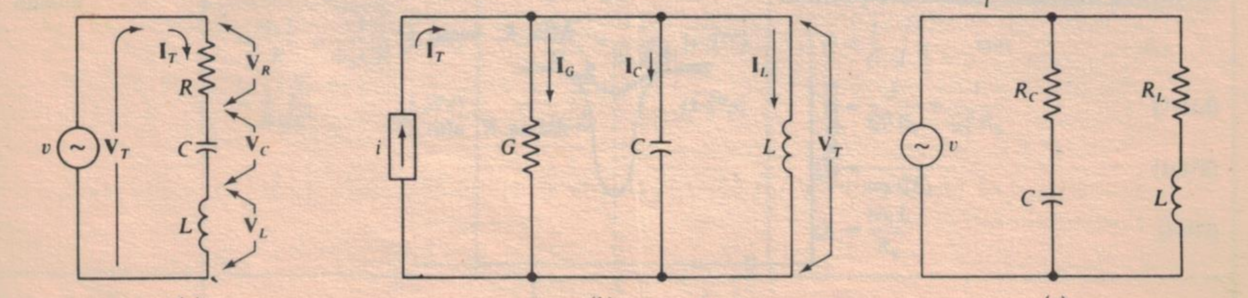
Concetto di risonanza

1.7 RISONANZA IN SERIE E IN PARALLELO

La risonanza è una condizione particolare e molto importante in cui può venire a trovarsi un circuito in corrente alternata. Dipende dalla frequenza, dai valori dei componenti e dalla configurazione del circuito.

Per un circuito RLC in serie come quello di Fig. 1-16*a* la risonanza si riscontra a una sola frequenza $f_r(f_o)$ per cui le reattanze induttiva e capacitiva sono uguali ($X_L = X_C$).

Per un circuito in parallelo come quello di Fig. 1-16*b* la risonanza si verifica alla frequenza $f_r(f_o)$ con suscettanze induttiva e capacitiva uguali ($B_L = B_C$).



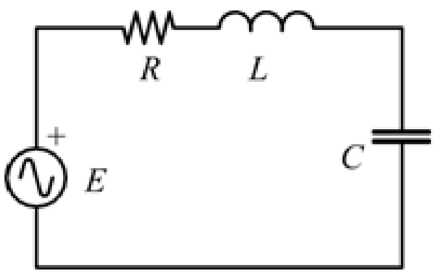
(*a*) (*b*) (*c*)

Fig. 1-16 $B_L = B_C$.

Sia per la risonanza in serie che in parallelo, la definizione implica il fatto che nel circuito tensione totale e corrente totale sono in fase.

CIRCUITO RISONANTE SERIE

Consideriamo il seguente circuito:



L'impedenza vista dalla corrente vale:

$$\overline{Z} = R + jX = R + j(X_L - X_C)$$

Il valore di tale corrente è $\overline{I} = \dfrac{\overline{E}}{\overline{Z}}$

La reattanza capacitiva $X_C = \dfrac{1}{\omega C}$ è invece inversamente proporzionale alla frequenza e su un grafico X-f il suo diagramma rappresentativo sarebbe una iperbole (equilatera).

La reattanza totale $X=X_L-X_C$ assume valori positivi o negativi, in funzione della prevalenza di X_L o di X_C. Tende asintoticamente a X_L alle frequenze alte (+∞) e tende asitoticamente a X_C (- ∞)alle frequenze basse.

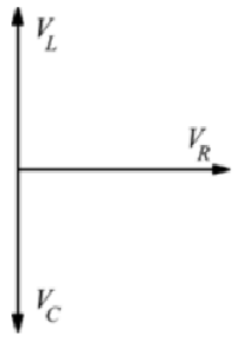
La reattanza totale X si annulla quando $X_C=X_L$; questa condizione viene definita di risonanza.

$\omega L = \dfrac{1}{\omega C}$ da cui si ha $\boxed{\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}}$ o anche $\boxed{f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$

con ω_0=pulsazione di risonanza e f_0=frequenza di risonanza.

In corrispondenza della condizione di risonanza, si verifica:

Le due reattanze sono uguali $X_C=X_L$
La reattanza totale è nulla X=0.
Il circuito è puramente ohmico $\varphi=0$.
L'impedenza totale è uguale alla resistenza Z=R e assume il valore minimo.
La corrente $I_0=E/R$ assume valore massimo.



In queste condizioni i vettori rappresentativi le cadute di tensione sulla bobina e sulla capacità sono uguali.

$$V_L = \omega_0 L I_0 = \frac{I_0}{\omega_0 C} = V_C$$

viene, dunque definito il coefficiente di risonanza Q.

$$Q = \frac{V_L}{V_R} = \frac{V_C}{V_R} \quad \text{essendo} \quad V_R = RI_0$$

$$Q = \frac{V_L}{V_R} = \frac{V_C}{V_R} \quad \text{essendo} \quad V_R = RI_0$$

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} \quad \text{oppure} \quad Q = \frac{1}{\omega_0 RC}$$

In genere si fa distinzione fra Q e $Q_b = \dfrac{\omega_0 L}{R_b}$ quest ultimo viene chiamato coefficiente di bontà (di qualità) della bobina e in esso appare R_b= resistenza serie derivante dalle perdite della bobina.

Q comprende l'intera resistenza del circuito vista in serie al gruppo risonante ed è calcolata soltanto per $f=f_0$. Q_b è invece valida e costante entro certi limiti al variare di f.

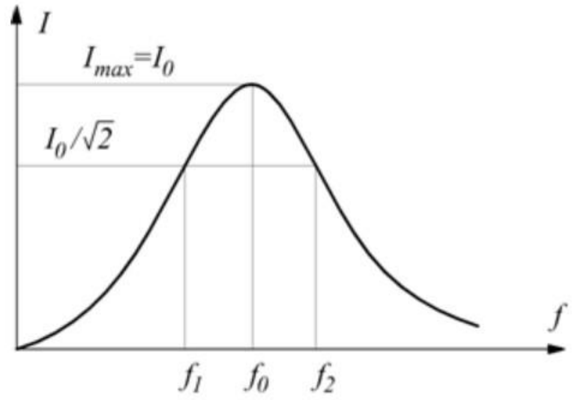
Per le considerazioni fatte, mantenendo costante E

$\lim_{f\to 0} I = \lim_{f\to 0} \frac{E}{Z} = 0$ questo fatto perchè $(|X_C| \to \infty) \Rightarrow (|Z| \to \infty)$

$\lim_{f\to \infty} I = \lim_{f\to \infty} \frac{E}{Z} = 0$ questo fatto perchè $(|X_L| \to \infty) \Rightarrow (|Z| \to \infty)$

Considerando $I_{max} = \frac{E}{R}$ si può dedurre per la I un andamento del genere:

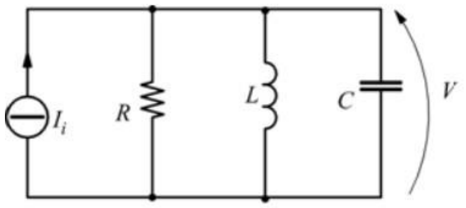
Considerando $I_{max} = \frac{E}{R}$ si può dedurre per la I un andamento del genere:



dove vengono evidenziate le due frequenze di taglio f1 ed f2 ottenute in corrispondenza del valore $\frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$

Circuito risonante parallelo

Consideriamo il seguente circuito:

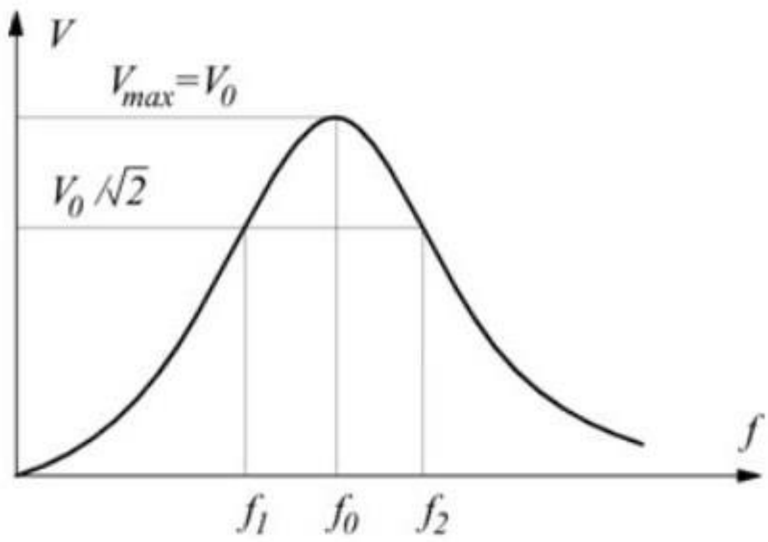


Il circuito RCL parallelo è alimentato, in regime alternato da una corrente I_i costante è perfettamente duale rispetto al circuito precedente.

$\overline{V} = \overline{Z} \cdot \overline{I}_i = \frac{\overline{I}_i}{\overline{Y}}$ dove Y è l'ammettenza con $Y = G + jB = G + j(B_C - B_L)$

ovviamente $G = \frac{1}{R}$ è la conduttanza (Siemens) $B_C = \omega C$ è la suscettanza capacitiva (Siemens) e $B_L = \frac{1}{\omega L}$ è la suscettanza induttiva (Siemens).

studiando la V(f) si possono fare le stesse considerazioni del caso precedente.



ottenendo la pulsazione di risonanza:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

associata alla frequenza

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$